



EIFER

EUROPÄISCHES INSTITUT FÜR ENERGIEFORSCHUNG
INSTITUT EUROPEEN DE RECHERCHE SUR L'ENERGIE
EUROPEAN INSTITUTE FOR ENERGY RESEARCH

Physikalische Grundlagen

KIT



- Leistung des strömenden Mediums
- Betz 'sches Gesetz
 - Frei umströmte Windturbine
 - Widerstandsläufer

Leistung des Windes

Energie und Leistung des strömenden Mediums

$$E = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$

$$v = \text{const.}$$

$$P = \frac{dE}{dt}$$

$$\text{mit } m = \rho \cdot V \text{ und } \dot{m} = \rho \cdot \frac{dV}{dt} = \rho \cdot A \cdot v = \rho \cdot \pi \cdot r^2 \cdot v$$

$$P = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot A \cdot v^3 \text{ [W]}$$

oder spezifisch pro Fläche

$$P' = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^3 \left[\frac{\text{W}}{\text{m}^2} \right]$$

Spezifische Leistung

$$P = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot \pi \cdot r^2 \cdot v^3$$

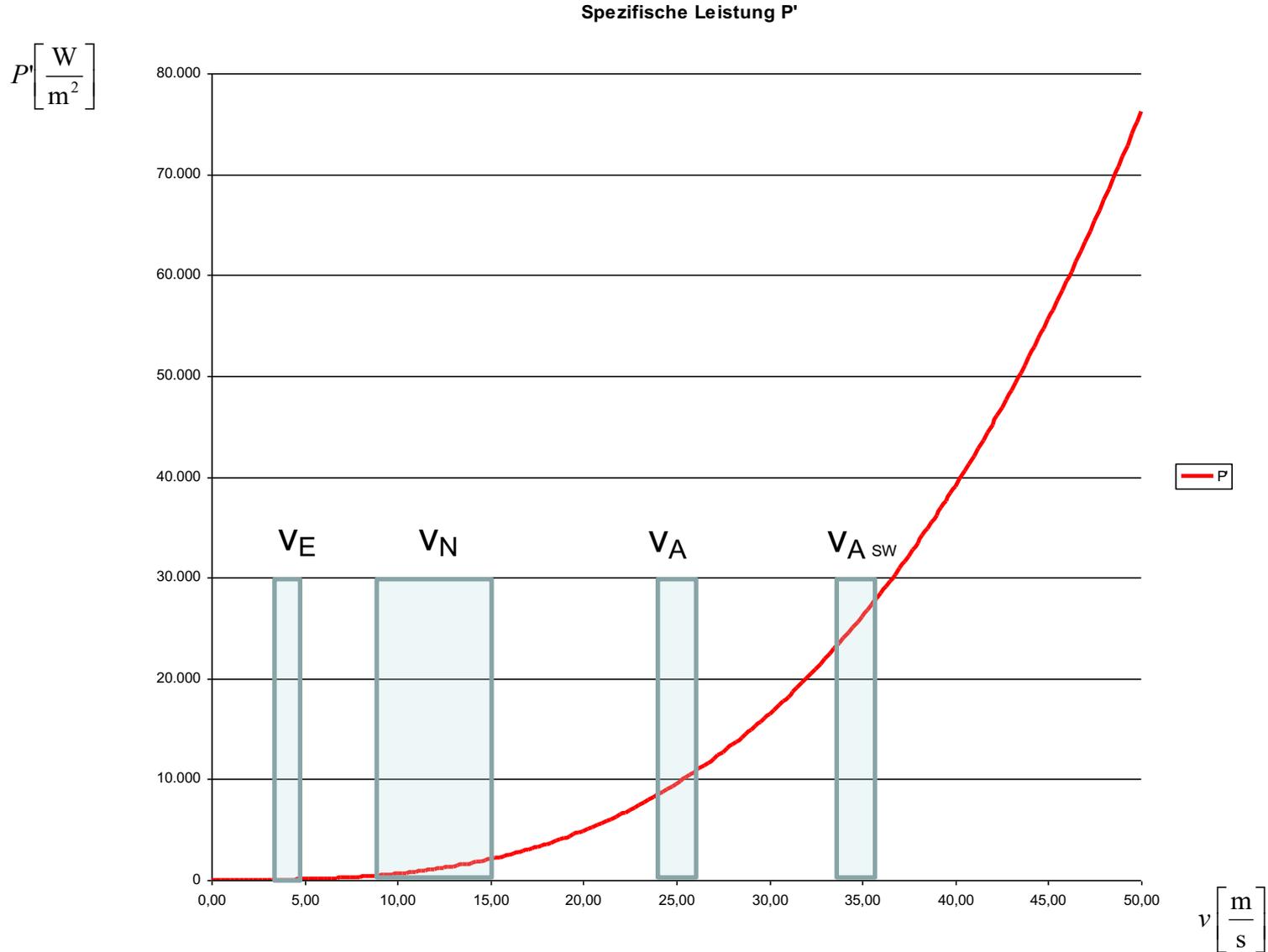
Rotorkreisfläche

$$\rho \approx 1,225 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

mittlere Dichte der Luft auf Meereshöhe bei 1013,25 mbar und 15° C
Luftfahrt Normatmosphäre

Leistung des Windes

Graphik 0-50



Leistung des Windes

Beispiele v^3 und Fahrzeuge

- $r = 40\text{m}$ ($\approx 2\text{ MW}$)
- $\rho = 1,22\text{ kg/m}^3$
- $T = 10^\circ\text{ C}$
- $v = 6\text{ m/s}$ (21 km/h)
- $P = 680\text{ kW}$ ($< 1\text{ MW}$)
- $v = 18\text{ m/s}$ (65 km/h)
- $P = 18.277\text{ kW}$ ($> 18\text{ MW}$)
- Faktor $3 \times 3 \times 3 = 27$
- $P = 680\text{ kW}$
- 38 t Luft/s
 - E_{kin} entspricht
 - 2,5 t SUV bei 84 km/h
 - 0,7 t PKW bei 160 km/h
- $P = 18,277\text{ kW}$
- 114 t Luft/s
 - E_{kin} entspricht
 - 2,5 t SUV bei 430 km/h
 - 0,7 t PKW bei 813 km/h

- $T = 20^{\circ} \text{ C}$ und Atmosphärendruck
– $1,204 \text{ kg/m}^3$
- $T = -10^{\circ} \text{ C}$ und Atmosphärendruck
– $1,342 \text{ kg/m}^3$
- Leistung bei -10° C etwa 11% höher als bei $+20^{\circ} \text{ C}$
- *Leistung im Hochdruckgebiet (1020 hPa) ist ebenfalls leicht höher als im Tiefdruckgebiet (980 hPa)*
- *Leistung im Hochgebirge (795 hPa) ist geringer als auf Meereshöhe (1013 hPa)*

Leistung des Windes

Beaufort Skala

Beaufort-grad	Bezeichnung	Mittlere Windgeschwindigkeit in 10m Höhe über freiem Gelände		Beispiele für die Auswirkungen des Windes im Binnenland
		m/s	km/h	
0	Windstille	0 - 0,2	< 1	Rauch steigt senkrecht auf
1	leiser Zug	0,3 - 1,5	1 - 5	Windrichtung angezeigt durch den Zug des Rauches
2	leichte Brise	1,6 - 3,3	6 - 11	Wind im Gesicht spürbar, Blätter und Windfahnen bewegen sich
3	schwache Brise schwacher Wind	3,4 - 5,4	12 - 19	Wind bewegt dünne Zweige und streckt Wimpel
4	mäßige Brise mäßiger Wind	5,5 - 7,9	20 - 28	Wind bewegt Zweige und dünnere Äste, hebt Staub und loses Papier
5	frische Brise frischer Wind	8,0 - 10,7	29 - 38	kleine Laubbäume beginnen zu schwanken, Schaumkronen bilden sich auf Seen
6	starker Wind	10,8 - 13,8	39 - 49	starke Äste schwanken, Regenschirme sind nur schwer zu halten, Telegrafenerleitungen pfeifen im Wind
7	steifer Wind	13,9 - 17,1	50 - 61	fühlbare Hemmungen beim Gehen gegen den Wind, ganze Bäume bewegen sich
8	stürmischer Wind	17,2 - 20,7	62 - 74	Zweige brechen von Bäumen, erschwert erheblich das Gehen im Freien
9	Sturm	20,8 - 24,4	75 - 88	Äste brechen von Bäumen, kleinere Schäden an Häusern (Dachziegel oder Rauchhauben abgehoben)
10	schwerer Sturm	24,5 - 28,4	89 - 102	Wind bricht Bäume, größere Schäden an Häusern
11	orkanartiger Sturm	28,5 - 32,6	103 - 117	Wind entwurzelt Bäume, verbreitet Sturmschäden
12	Orkan	ab 32,7	ab 118	schwere Verwüstungen

Leistung des Windes

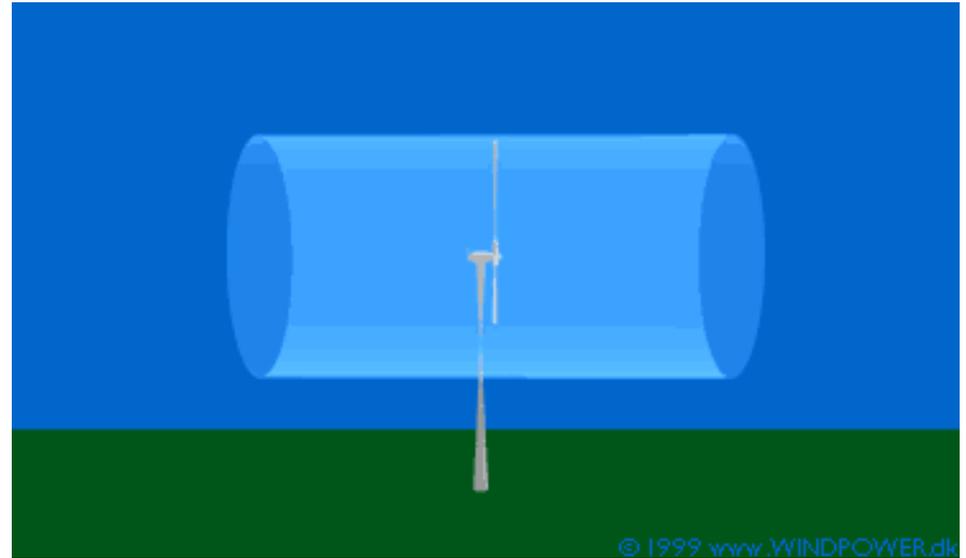
Beaufort Skala Clipart

Beaufort-grad	m/s		km/h	Anzeichen	Knoten	Wetterbericht
1	0,3-1,5	unbewegt	1-5	Windrichtung durch Zug des Rauches angezeigt	1-3	schwach
2	1,6-3,3	Blätter säuseln	6-11	Wind am Gesicht fühlbar	4-6	schwach
3	3,4-5,4	Dünne Zweige bewegen sich	12-19	Wimpel gestreckt	7-10	schwach
4	5,5-7,9	Bewegt Zweige und dünne Äste	20-28	Hebt Staub und loses Papier	11-15	mässig
5	8,0-10,7	Kleine Laubbäume schwanken	29-38	Schaumköpfe auf Seen	16-21	mässig
6	10,8-13,8	Starke Äste in Bewegung	39-49	Pfeifen in Telegraphenleitungen	22-27	stark

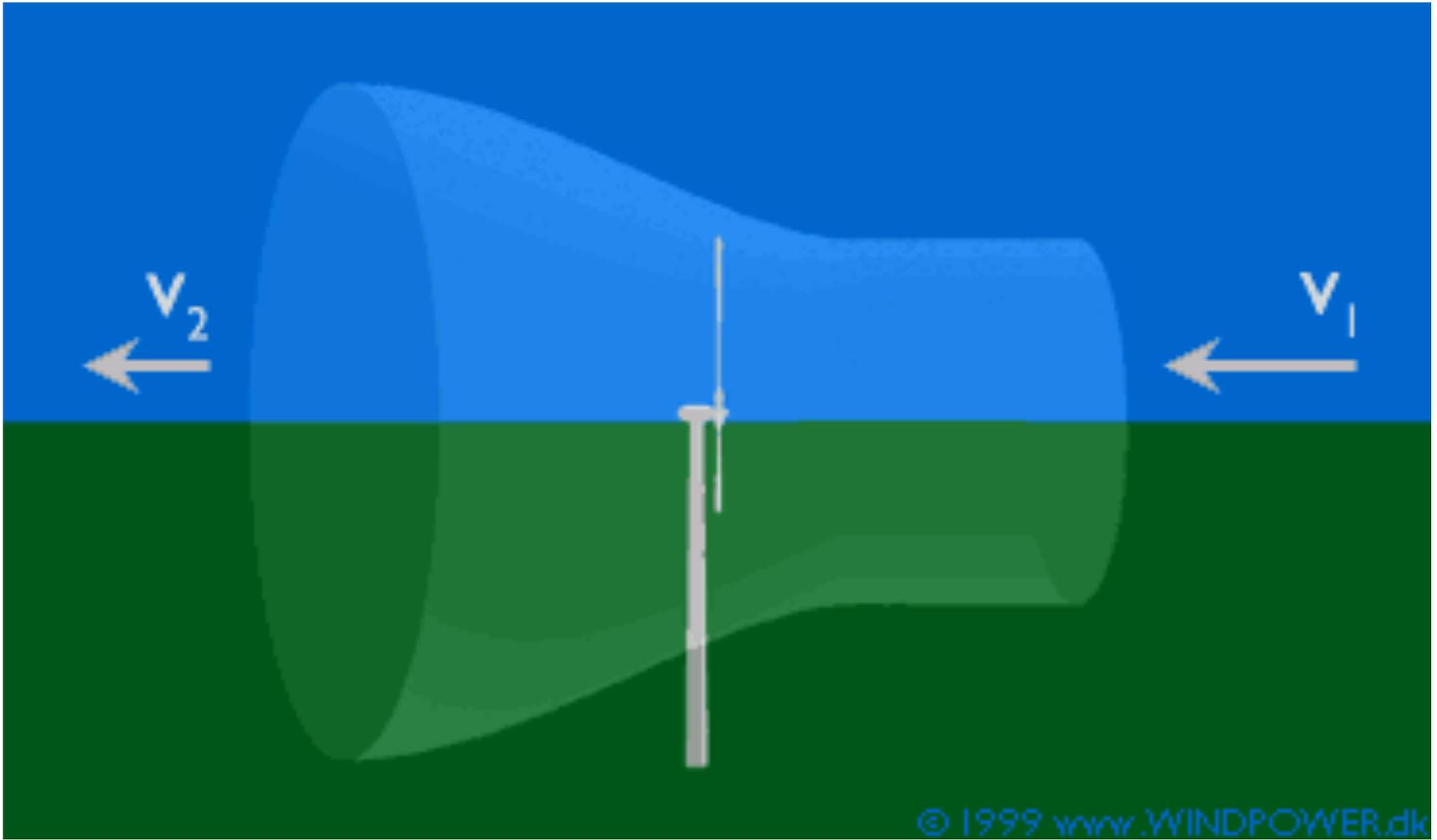
Bezeichnung nach Beaufort	Geschwindigkeit m/s km/h	Auswirkung im Binnenland	Auswirkung auf See
0 Windstille (Calm)	unter 0,3 <1	 Rauch steigt gerade empor	Spiegelglatte See
1 leichter Zug (Light air)	0,3 - 1,5 1-5	 Windrichtung ist nur durch Rauch erkennbar	Schuppenförmige Krüselwellen
2 leichte Brise (Light breeze)	1,6 - 3,3 6-11	 Wind ist im Gesicht fühlbar	Kleine Wellen Kämme brechen sich nicht
3 schwache Brise (Gentle breeze)	3,4 - 5,4 12-19	 Dünne Zweige und Blätter bewegen sich	Wellenkämme beginnen sich zu brechen
4 mäßige Brise (Moderate breeze)	5,5 - 7,9 20-28	 Zweige und dünne Äste bewegen sich Staub erhebt sich	Noch kleine Wellen, jedoch vielfach weiße Schaumköpfe
5 frische Brise (Fresh breeze)	8,0 - 10,7 29-38	 Kleine Bäume schwanken	Mäßig lange Wellen mit Schaumkämmen
6 starker Wind (Strong breeze)	10,8 - 13,8 39-49	 Pfeifen an Drahtleitungen	Bildung großer Wellen größere Schaumflächen
7 steifer Wind (Near gale)	13,9 - 17,1 50-61	 Spürbare Hemmung beim Gehen	See türmt sich Schaumstreifen in Windrichtung
8 stürmischer Wind (Gale)	17,2 - 20,7 62-74	 Zweige brechen von den Bäumen Gehen wird erheblich erschwert	Hohe Wellenberge Gipfel beginnen zu versprühen
9 Sturm (Strong gale)	20,8 - 24,4 75-88	 Kleinere Schäden an Häusern und Dächern	Dichte Schaumstreifen rollende See Gischt verweht Sichtbehinderung
10 schwerer Sturm (Storm)	24,5 - 28,4 89-102	 Bäume werden entwurzelt bedeutende Schäden	Sehr hohe Wellenberge verbreitet weißer Schaum Sicht beeinträchtigt
11 orkanartiger Sturm (Violent storm)	28,5 - 32,6 103-117	 schwere Sturmschäden	Außergewöhnlich hohe Wellenberge Wellenkämme zu Gischt verweht Sicht herabgesetzt
12 Orkan (Hurricane)	über 32,7 >117	 katastrophale Orkansschäden	See vollständig weiß Luft voller Schaum und Gischt keine Fernsicht mehr



Enercon E-126 – 7.6 MW –
Tower 135m / Total 198.5m / Blades 56m / Hybrid



?



© 1999 www.WINDPOWER.dk

- Voraussetzungen
 - Ebene Strömung
 - Stationärer Fall
 - Inkompressibilität der Luft
 - *Anlage ist ein Fläche*
 - *Negativer Drucksprung an der Fläche*
 - *Verlustfreie Entnahme der Leistung*

- Gleichungen (klassisch ... z.B.Hau)
 - Kontinuitätsgleichung
 - Impulssatz der Strömungslehre
 - Actio = Reactio

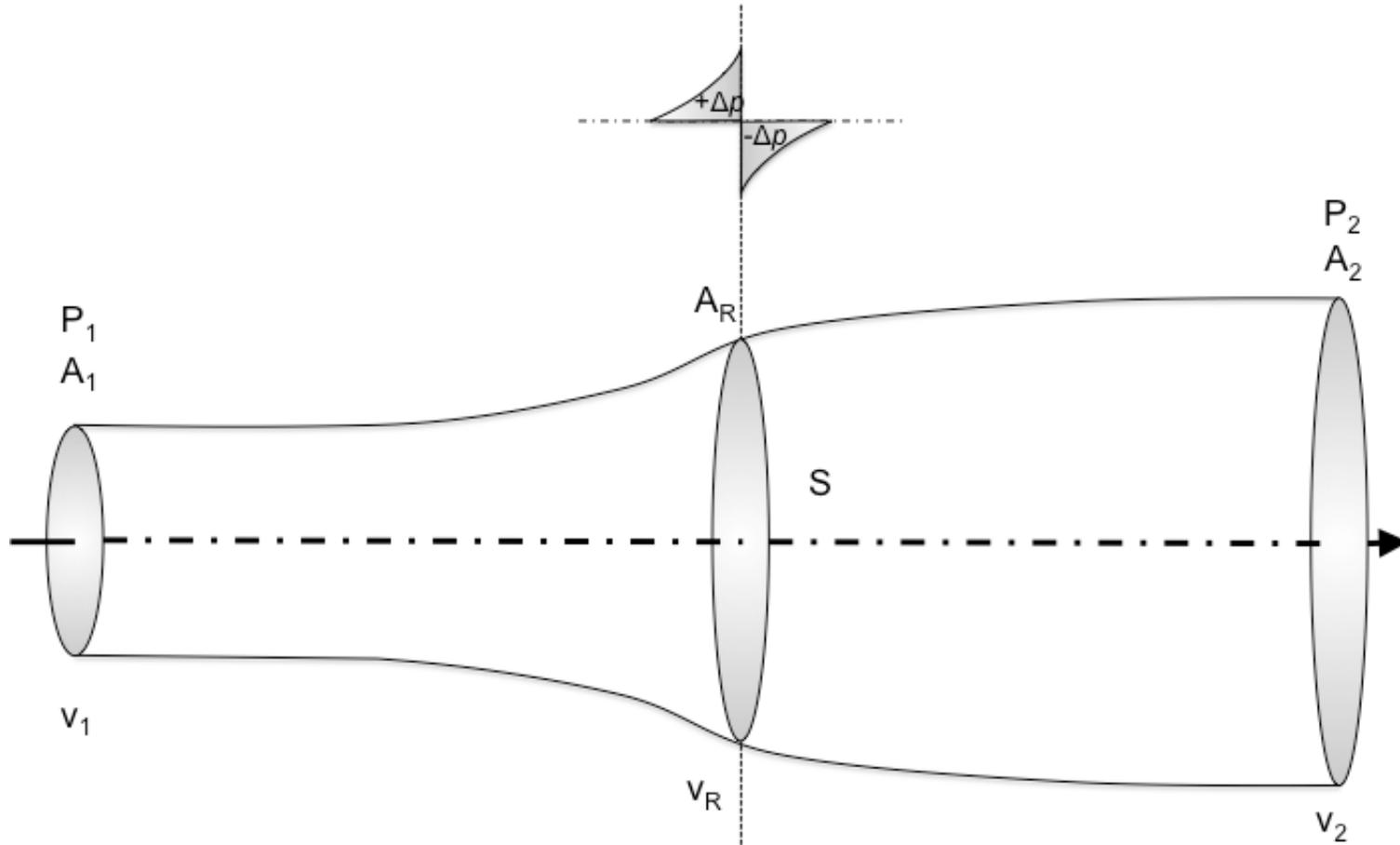
$$\Delta P = P_1 - P_2 = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot (A_1 \cdot v_1^3 - A_2 \cdot v_2^3)$$

$$F = \frac{d(m \cdot v)}{dt} = \dot{m} \cdot v + m \cdot \dot{v} = \dot{m} \cdot v$$

$$S_R = \dot{m} \cdot (v_1 - v_2)$$

$$S_R \cdot v_R = \frac{1}{2} \cdot \dot{m} \cdot (v_1^2 - v_2^2)$$

- Gleichungen (z.B. Wiki)
 - Energieerhaltung ($P_{\text{mech}} = P_1 - P_2$)
 - $P = \dot{V} \Delta p = Av \Delta p = \frac{\dot{m}}{2} \Delta(v^2) = Av \frac{\rho}{2} (v_1^2 - v_2^2)$; mit $\frac{\rho}{2} (v_1^2 - v_2^2)$ als Staudruck Δp .
 - Theorem von Froude und Rankine
 - $v = \frac{v_1 + v_2}{2}$



$$P_{T,mec} = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot A_R \cdot \frac{v_1^3}{4} \cdot \left(\frac{v_2}{v_1} - 1 \right) \cdot \left(\frac{v_2}{v_1} + 1 \right)^2$$

$$c_P = \frac{P_{Turbine}}{P_{Wind}} = \frac{P_{T,mec}}{\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_{Wind}^3 \cdot A_{Rotor}}$$

$$c_P = \frac{P_{Turbine}}{P_{Wind}} = \frac{P_{T,mec}}{\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_{Wind}^3 \cdot A_{Rotor}}$$

$$c_{P,id} = \frac{P}{P_0} = \frac{1}{2} \cdot (1 - \xi^2) \cdot (1 + \xi)$$

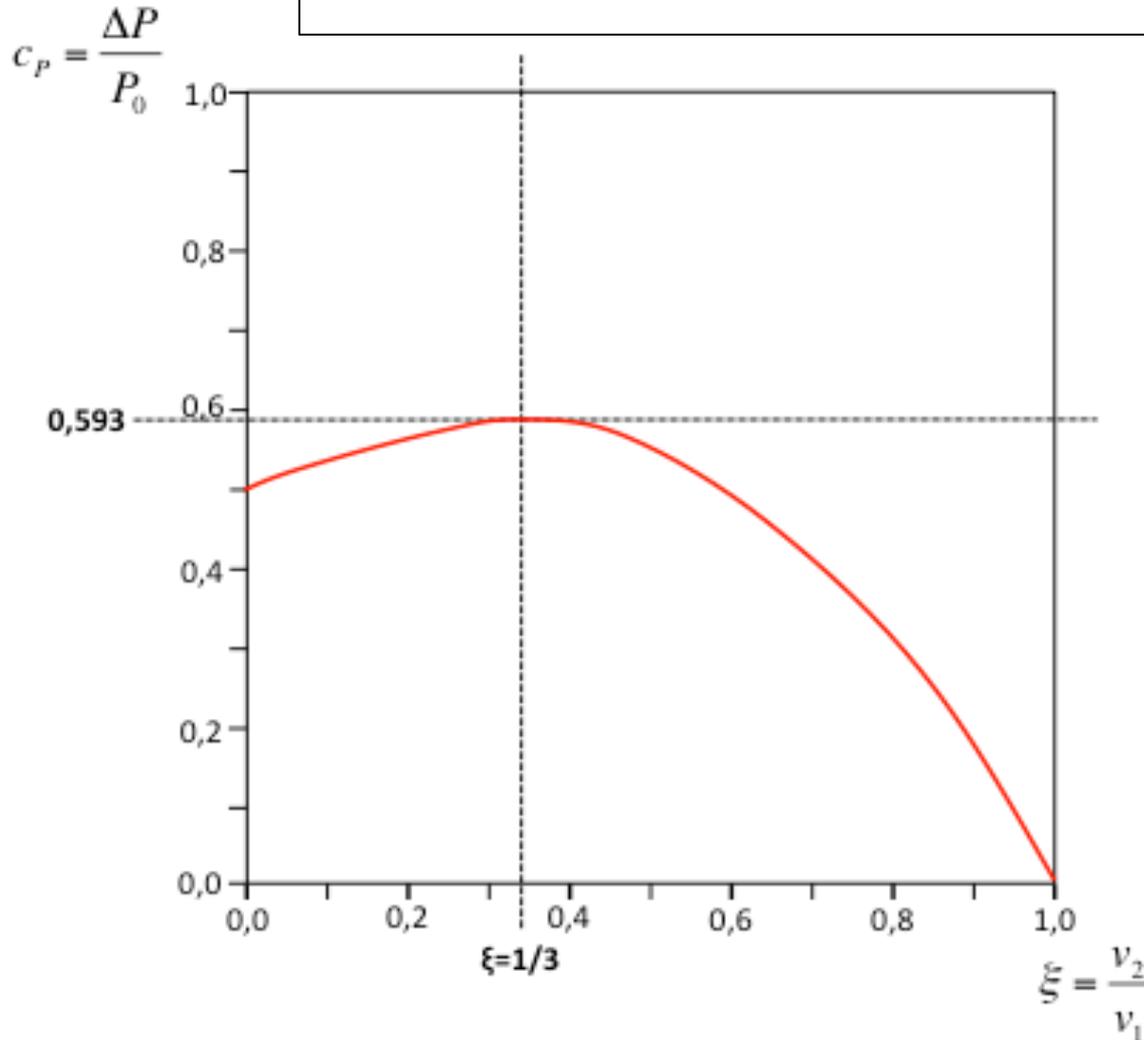
mit $\xi = \frac{v_2}{v_1}$ und $P_0 = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_1^3 \cdot A$

Betz

Verlustfrei, ideal

1. Der Grund ist, dass die Energieabgabe mit einer Verringerung der Strömungsgeschwindigkeit und einem Luftstau einhergeht, der einen Teil der heranströmenden Luft der Rotorfläche ausweichen lässt.
 2. Eine vollständige Entnahme der Energie wäre damit verbunden, dass die Luft stehen bliebe, was einem vollständigen Luftstau entspräche mit $v_2=0$.
- Daher gibt es ein **Optimum** hinsichtlich Energieentnahme und Abführung der dadurch verlangsamten Luft.

https://de.wikipedia.org/wiki/Betzsches_Gesetz



$P_T = c_P \cdot \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot A \cdot v^3$

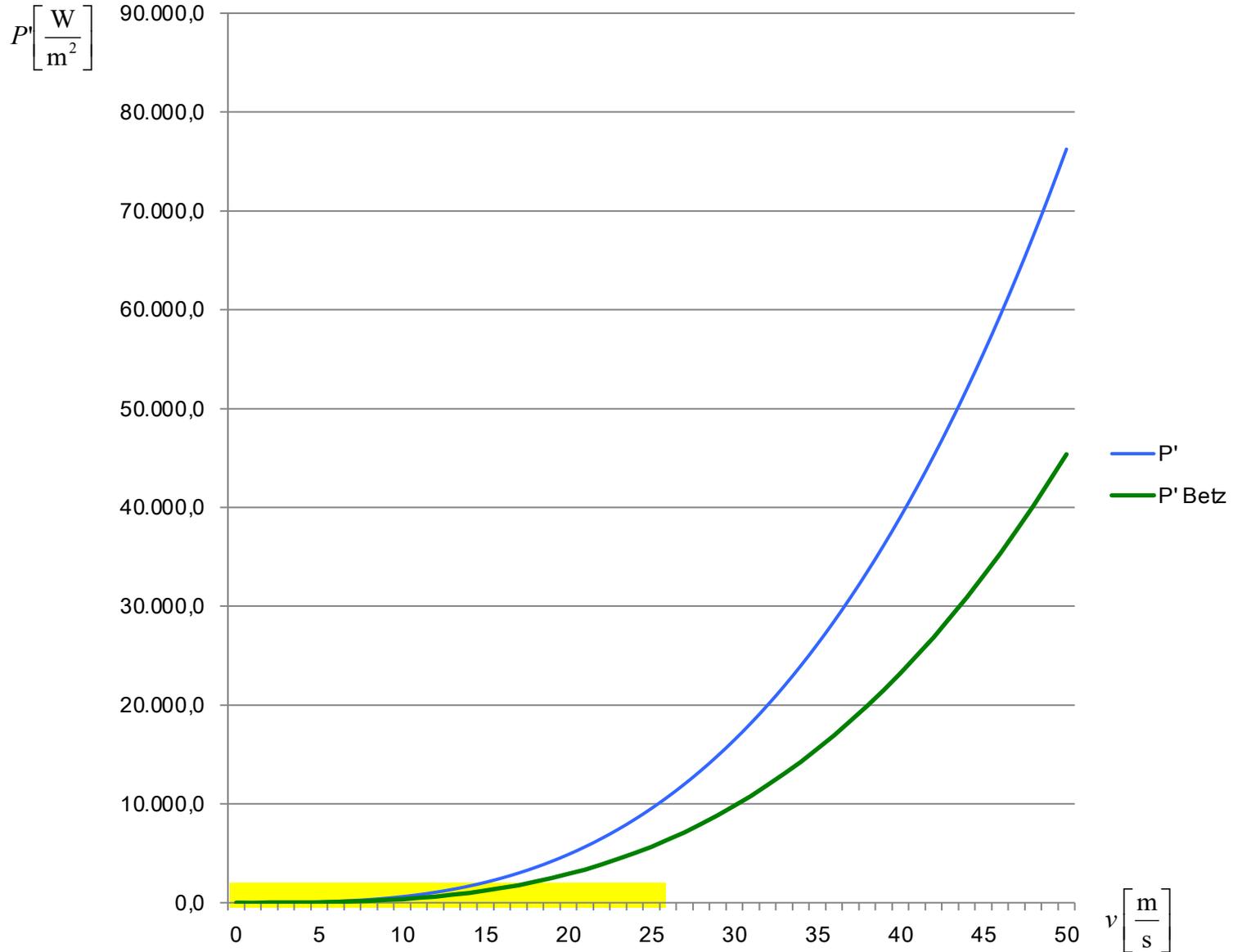
59.3% von P_{Wind}
ist der maximale Anteil der
Leistung strömender Luft,
den eine frei umströmte
Windenergieanlage nutzen
kann !

$$c_P(1/3) = \frac{2}{3} \cdot \frac{8}{9} = \frac{16}{27}$$

1/3 weicht aus 8/9 energetisch genutzt

Betz

Spezifische Leistung



- Drall
- Reibung
- Voraussetzungen
- Störungen
 - Wirbel
 - Turbulenzen
- ...

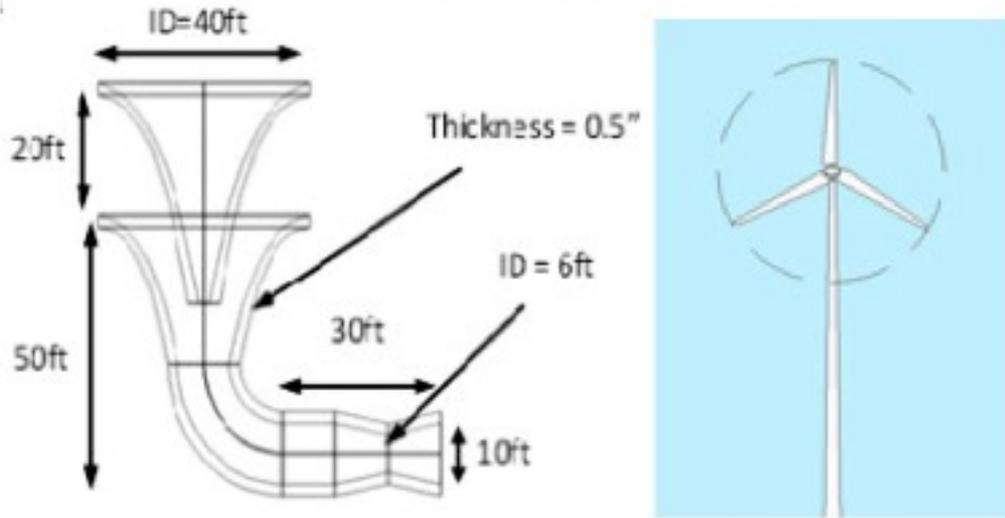
$$\eta = \frac{P_{Nutz}}{P_{ideal}} = \frac{P_N}{c_{P,id} \cdot \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_1^3 \cdot A_R}$$



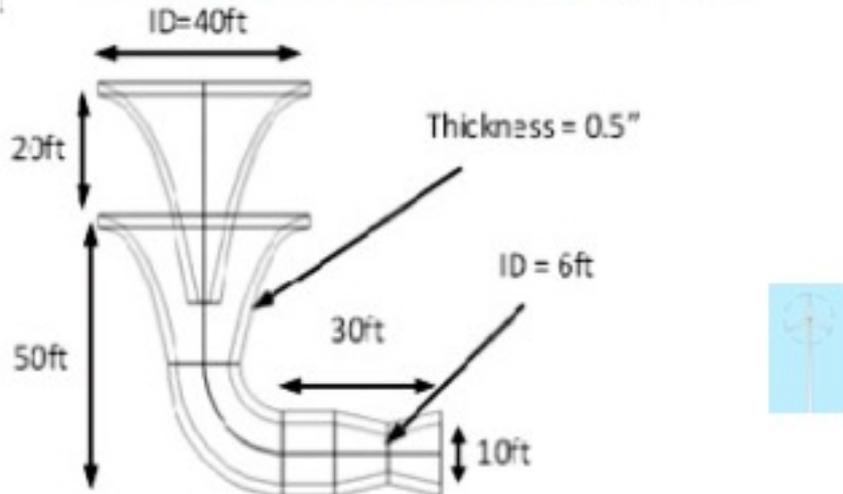
Betz

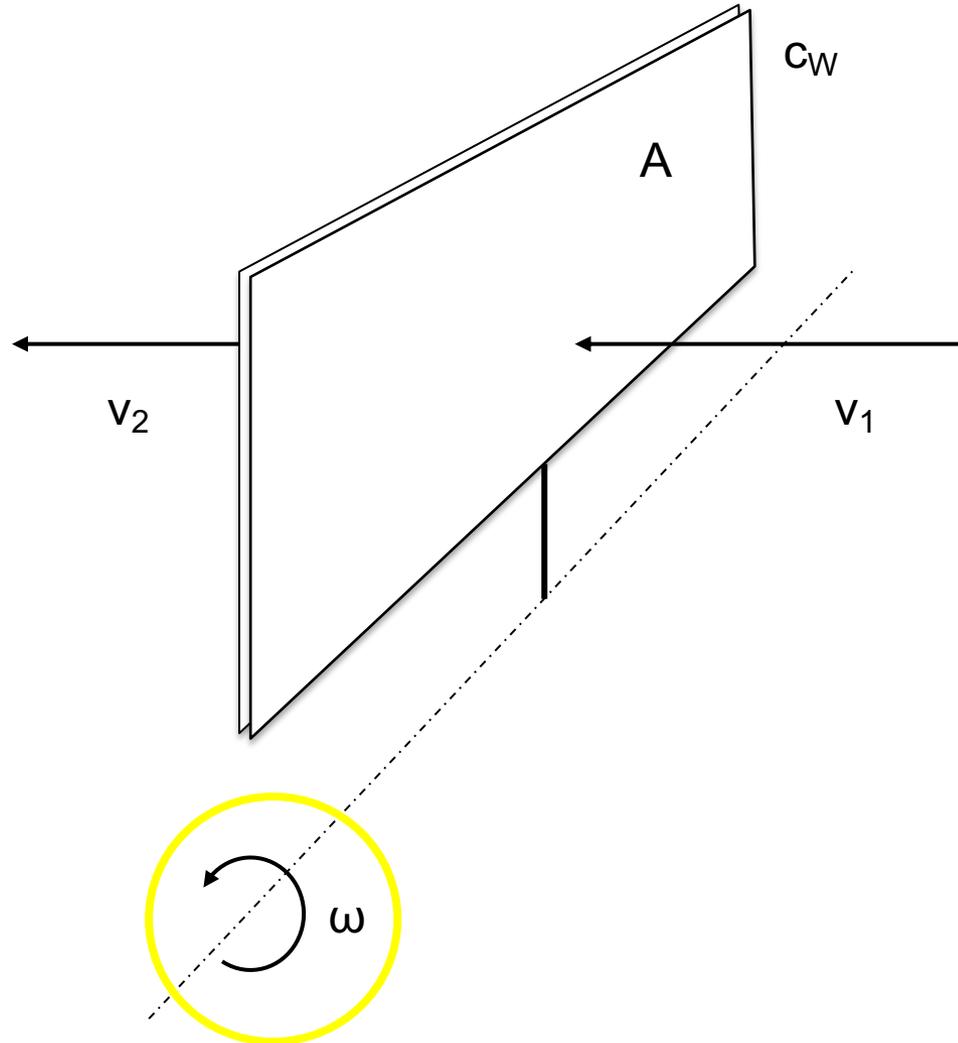
Kontrollvolumen ? Korrekt ?

Comparison Sheerwind should have made



Comparison Sheerwind actually made





$$c_{P,W} = \frac{P_W}{P_0} = c_W \cdot (1 - \xi)^2 \cdot \xi$$

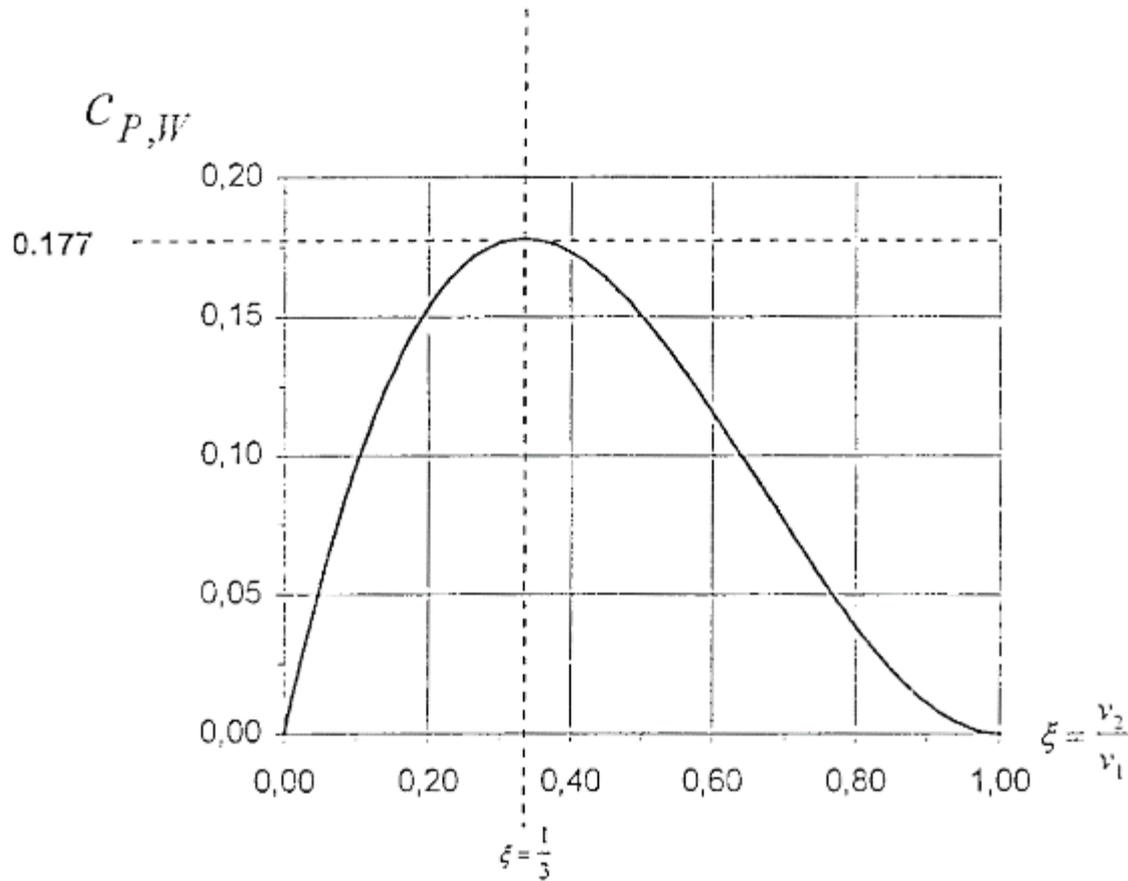
$$\text{mit } \xi = \frac{v_2}{v_1} \quad \text{und} \quad P_0 = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_1^3 \cdot A$$

$$P_W = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot c_W \cdot A \cdot (v_1 - v_2)^2 \cdot v_2$$

$$P_W = F_W \cdot v_2 \quad \text{und} \quad F_W = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot c_W \cdot A \cdot (v_1 - v_2)^2$$

Betz

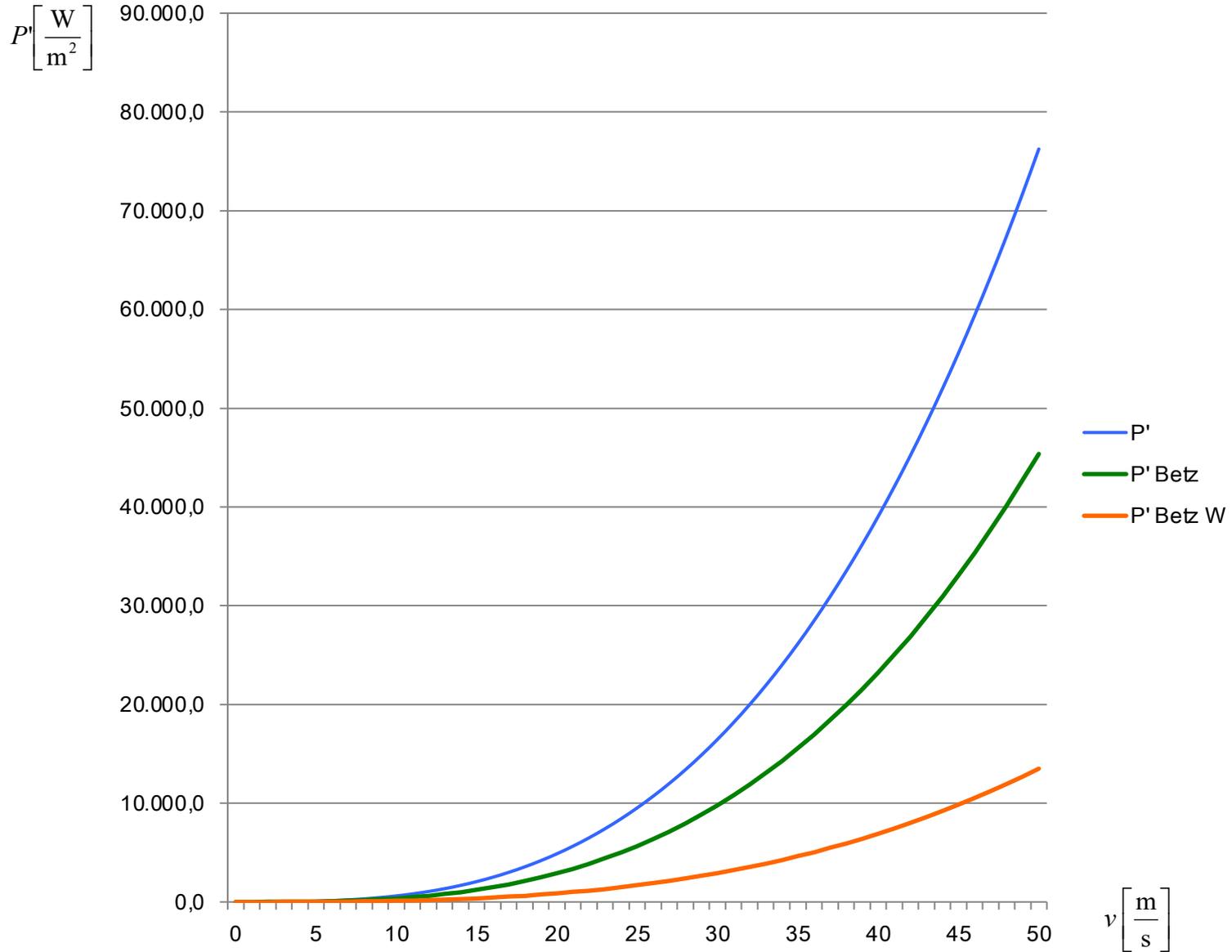
Widerstandsläufer Leistungsbeiwert



Leistungsbeiwert eines Widerstandsläufers mit $c_w=1.2$

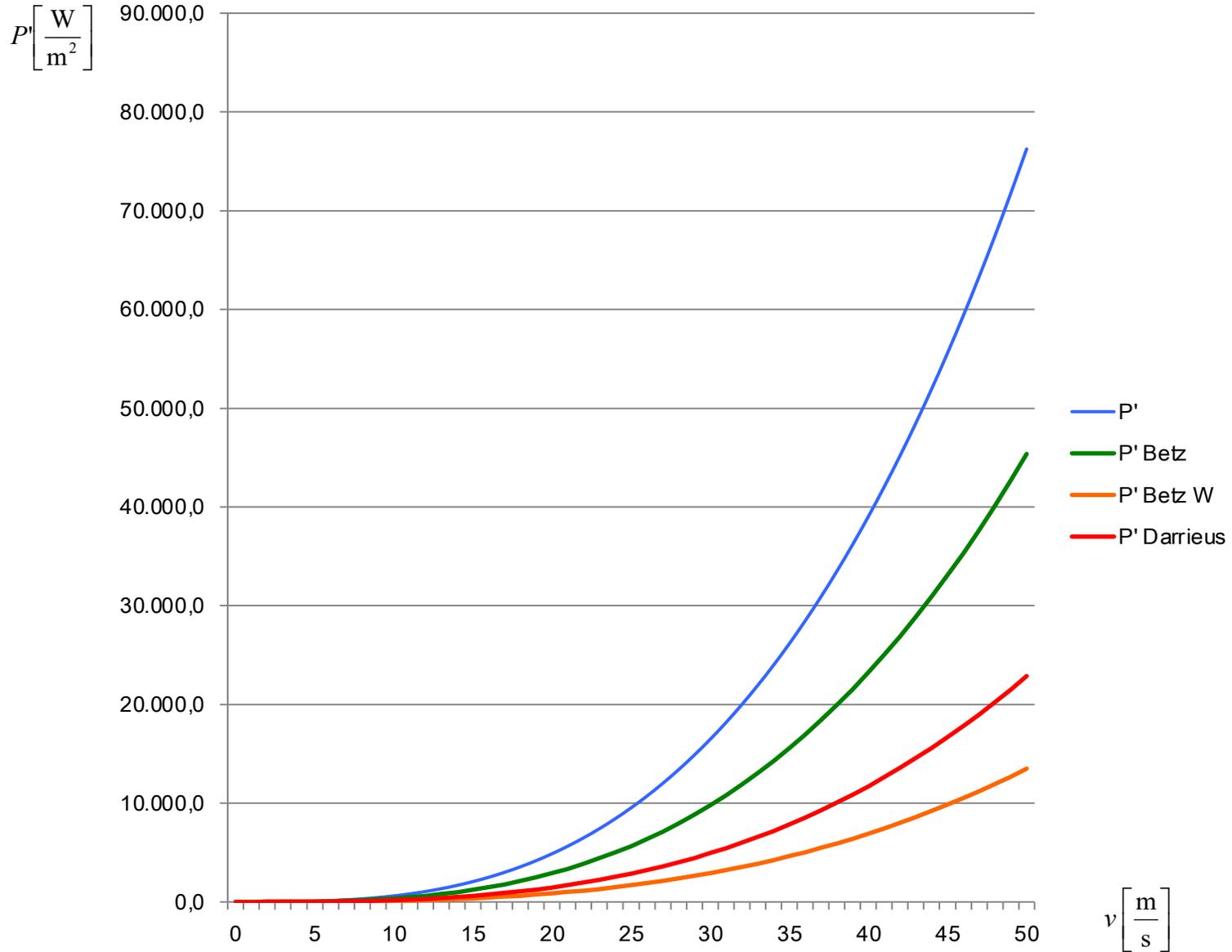
Betz

Spezifische Leistung Widerstandsläufer



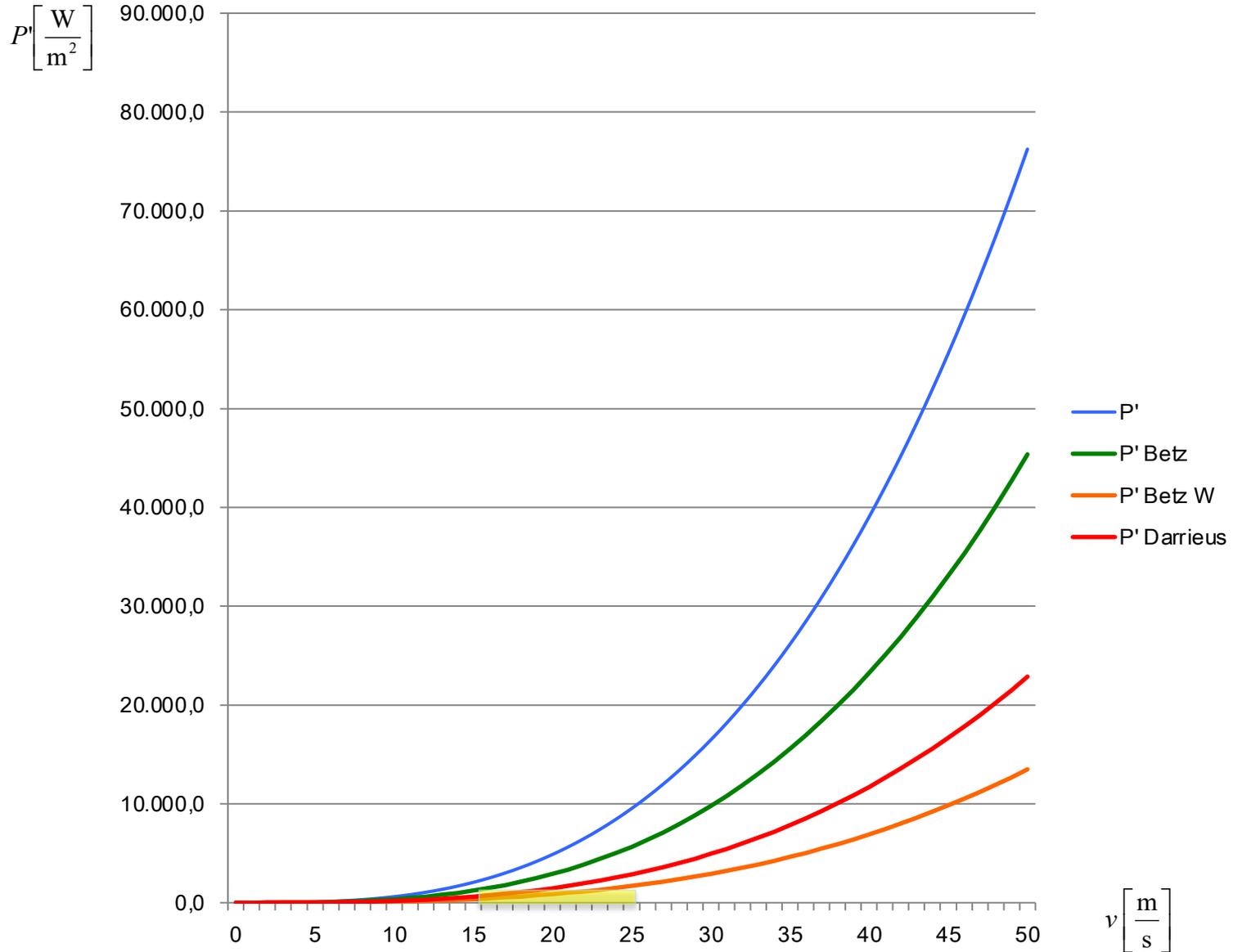
Betz

Spezifische Leistung Darrieus



Betz

Spezifische Leistung, reale Nutzung



$$C_{P,id} = 0,593$$

$$C_{P,real} = 0,45 - 0,5 / 0,55$$

$$C_{P,Darrieus} \approx 0,3$$

$$C_{P,W,id} = 0,177 / c_w = 1,2$$